

# ZAPIS LOGICZNY UKŁADU KOMBINACYJNEGO METODĄ REPREZENTACJI BINARNYCH

**Janusz Łukowski**

Uniwersytet Kazimierza Wielkiego  
Instytut Mechaniki i Informatyki Stosowanej  
ul.Kopernika 1 p.207a, 85-074 Bydgoszcz  
e-mail: januszl@ukw.edu.pl

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono nową metodę uproszczania zapisu logicznego układu kombinacyjnego z wykorzystaniem tabeli prawdy podstawowych funkcyj logicznych lub/i reprezentacji binarnej kombinacji wejść. Metoda reprezentacji binarnych stanowi alternatywny sposób konstrukcji uproszczonego zapisu funkcji wyjściowej układu kombinacyjnego w odniesieniu do metody przekształceń formalnych, metody tablic Karnaugh'a czy metody Quine'a-McCluskeya.

**Słowa kluczowe:** Tabela prawdy układu kombinacyjnego, uproszczony zapis logiczny układu kombinacyjnego, metoda reprezentacji binarnych

## Logical description of a combinational system by the binary representation method

**Abstract:** The article presents a new method for simplifying the logical description of a combinational system using truth tables of basic logic functors or / and binary representation of an input combination. The binary representation method is an alternative way of constructing a simplified description of the output function of a combinational system in relation to the method of formal transformations, the Karnaugh table or the Quine-McCluskey methods.

**Key words:** Truth table of combinational system, reduced logical description of combinational system, method of binary

### 1. Wprowadzenie

Układy kombinacyjne [1, 2, 3, 4, 5] należą do układów logicznych, w których każda kombinacja wartości zmiennych wejściowych jednoznacznie określa kombinację wartości zmiennych wyjściowych. Działanie układu kombinacyjnego opisuje funkcja logiczna (funkcja boolowska będąca matematycznym modelem układu kombinacyjnego), w której zmienne i one sama przyjmują wartości ze zbioru {0,1}. Funkcje logiczne mogą być przedstawione w postaci opisu słownego, tabeli prawdy w sposób analityczny. Funkcje logiczne można upraszczać korzystając z podstawowych własności algebry Boole'a (metoda przekształceń formalnych [1,2,4,8]), wykorzystując metodę tablic Karnaugh'a [7], metodę Quine'a-McCluskeya [6] lub metodę bezpośredniego przeszukiwania [4]. Do najprostszych układów kombinacyjnych należą bramki logiczne (digital logic gates) realizujące funkcje logiczne jednej lub wielu zmiennych. W pracy przedstawiono nową metodę uproszczania postaci analitycznej funkcji logicznej wykorzystującej funkcje logiczne bramek logicznych oraz tabelę prawdy układu kombinacyjnego. Metodę tę określono mianem metody reprezentacji binarnych.

### 2. Koncepcja metody reprezentacji binarnych

Elementarna funkcja logiczna jest funkcją dwóch zmiennych wejściowych (z wyjątkiem funkcji logicznej negacji, która jest jednoargumentowa) i jest realizowana fizycznie przez funkcyj logiczne koniunkcji (AND), alternatywy (OR) oraz negacji (NOT). Stabelaryzowana zależność funkcji wyjściowej y funkcyj logicznych w funkcji zmiennych wejściowych  $x_1x_0$  (Tabela 1) stanowi podstawowy zestaw 4-rech kombinacji zmiennych wejściowych i tworzący bazowy element metody reprezentacji binarnych.

Ilość zestawów oblicza się według formuły:

$$il\_zestaw = 2^n/4,$$

gdzie: n - ilość wejść układu.

Każdy zestaw 4-ech kolejnych kombinacji (stanowiących jeden zestaw) może być rozpatrywany indywidualnie w procesie tworzenia zminimalizowanej postaci funkcji logicznej lub jako grupa łączona  $2^1, 2^2, \dots, 2^n$  zestawów.

Tabela 1. Tabela prawdy funkcji logicznych

$x_1$	$x_0$	y						
0	0	0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	1		1	0	1	0
1	1	1	1		0	0	0	1
funkcja logiczna		$y = x_1 x_0$	$y = x_1 + x_0$					
		AND	OR	NOT	NAND	NOR	XOR	XNOR

Istotą proponowanej metody zapisu wyrażenia boolowskiego dla funkcji logicznej wielu zmiennych jest:

- podział wszystkich kombinacji funkcji logicznej wielowejściowej na zestawy zawierające po 4 kolejne kombinacje układu kombinacyjnego;
- możliwość wykorzystania do jego konstrukcji zapisu funkcji logicznej jednego z podstawowych dwuargumentowych funkcyj logicznych lub konfiguracji jednej ze zmiennych wejściowych w postaci tabeli prawdy (rys.1);
- możliwość łączenia zestawów w grupy rozpatrywane jako jeden zestaw.

W przypadku wystąpienia identycznej postaci analizowanej funkcji wyjściowej w ramach zestawu jak postać podstawowego funkcyj logicznego czy też układu kombinacji jednej zmiennej wejściowej celem uwzględnienia pozostałych zmiennych w konstrukcji wyrażenia boolowskiego traktujemy zestaw jako taki, w którym stan wyjścia przyjmuje stan wysoki dla wszystkich 4-ech kombinacji. Przykład 1.

$x_2$	$x_1$	$x_0$	y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

W przykładzie 1 dla kombinacyjnego układu trójwejściowego ( $x_2x_1x_0$ ) funkcja wyjściowa y ma postać: .Tabela prawdy funkcji logicznej y posiada dwa zestawy 4-ech kombinacji. Postać pierwszego zestawu jest taka sama jak tablica prawdy funkcji OR dla zmiennych, zaś drugiego jest identyczna jak układ kombinacji zmiennej wejściowej. W celu uwzględnienia pozostałych zmiennych wejściowej w zapisie wyrażenia boolowskiego przyjmujemy stan wysoki na wyjściu układu dla wszystkich kombinacji (dwóch zestawów), dzięki czemu dla zestawu pierwszego w zapisie wprowadzamy zmienną  $x_2$  zanegowaną (stan przeciwny do stanu wysokiego wyjścia), a dla zestawu drugiego  $x_2$  w postaci prostej.

Brak zmiennej wejściowej  $x_0$  w zapisie funkcji boolowskiej dla drugiego zestawu wynika z faktu, iż zmienna ta posiada dwie różne wartości w obrębie rozpatrywanego zestawu.

### 3. Procedura konstrukcji uproszczonej postaci wyrażenia boolowskiego

W przypadku zgodności tabeli prawdy funkcji wyjściowej z postacią tabeli prawdy funkcyj logicznego lub układu kombinacji jednej ze zmiennych wejściowych procedura konstrukcji postaci uproszczonej ma następującą strukturę:

- podział kombinacji układu na zestawy po 4 kombinacje każdy;
- identyfikacja zgodności tabeli prawdy podstawowej funkcji boolowskiej lub układu kombinacji jednej ze zmiennych wejściowych z postacią funkcji wyjściowej w obrębie zestawu;
- w przypadku zgodności uwzględnienie pozostałych zmiennych wejściowych w zapisie logicznym funkcji, przy założeniu stanu wysokiego funkcji wyjściowej dla każdej kombinacji w obrębie zestawu.

W przypadku braku zgodności tabeli prawdy funkcji wyjściowej z postacią tabeli prawdy funkcyj logicznego lub układu kombinacji jednej ze zmiennych wejściowych dokonujemy podziału kombinacji układu na zestawy po 4 kombinacje każdy. W obrębie 1-go zestawu (Przykład 2) zapis funkcji logicznej (w postaci kanonicznej lub dysjunkcyjnej) może być konstruowany dla łącznej ilości kombinacji zgodnie z wagami binarnego zapisu pozycyjnego tzn.:  $2^0$ ,  $2^1$ ,  $2^2$ . Konstrukcja funkcji logicznej z wagą  $2^0$ , wymaga konstrukcji wyrażenia boolowskiego dla jednej kombinacji zmiennych wejściowych w ramach jednego zestawu. Konstrukcja wyrażenia boolowskiego z wagą  $2^1$ , pozwala na łączne rozpatrywanie 2-ch dowolnych kombinacji w obrębie jednego zestawu o identycznej wartości stanu wyjściowego. Zaś w przypadku wystąpienia 3 identycznych stanów wyjściowych, to konstrukcja wyrażenia boolowskiego jest realizowana w konfiguracji  $2^1 + 2^0$ . W przypadku łącznego rozpatrywania kombinacji funkcja logiczna zawiera tylko te zmienne wejściowe, których wartość jest identyczna lub zanegowana w odniesieniu do wartości analizowanego stanu wyjściowego.

Przykład 2.

$x_1$	$x_0$	$y$
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

#### 4. Case study – Rozproszone systemy baz danych w planowaniu produkcji

Przedstawiona nowa metoda uproszczonego zapisu logicznego układu kombinacyjnego umożliwia bezpośrednią konstrukcję zapisu logicznego w oparciu o tabelę prawdy funktorów logicznych lub układ kombinacji binarnej jednego z wejść układu. W przypadku niezgodności postaci tabeli prawdy podstawowych funktorów logicznych lub układu kombinacji binarnej wejść przedstawiono technikę łączenia kombinacji układu w ramach zestawu.

#### Literatura

1. Kalisz J. Podstawy elektroniki cyfrowej. WKŁ, Warszawa 1993.
2. Majewski W. Układy logiczne, WNT, Warszawa 1993.
3. Mano M. M. Computer engineering: hardware design. Prentice-Hall, Upper Sadle River 1988.
4. Traczyk W. Układy cyfrowe. Podstawy teoretyczne i metody syntezy. WNT, Warszawa 1986.
5. Bromirski J. Teoria automatów. WNT, Warszawa 1969.
6. McCluskey E. Logic design principles, Prentice-Hall, Upper Sadle River 1986.
7. Kamionka-Mikuła H., Małysiak H., Pochopień B. Synteza i analiza układów cyfrowych. Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, Gliwice 2009.
8. Adamowicz A., Zbierski P. Logic of mathematics. A modern course of classical logic. A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons, Inc., Nowy York 1997, seria: Pure and Applied Mathematics.