Metody adaptacji systemów wiedzy opartej na zbiorach rozmytych

Olga Małolepsza

Uniwersytet Kazimierza Wielkiego
Wydział Informatyki
ul. Kopernika 1, 85-064 Bydgoszcz
e-mail: olga.malolepsza@ukw.edu.pl

Streszczenie: *Metody adaptacji systemów wiedzy opartej na zbiorach rozmytych są bardzo ważnym tematem, ponieważ udoskonalają i optymalizują wydajność systemów rozmytych poprzez właściwą metodę adaptacji. Metoda adaptacji zależy od konkretnego zastosowania, wymagań systemowych, dostępnych danych i dziedziny problemu. W artykule przedstawiono zagadnienia związane ze zbiorami rozmytymi oraz podano przykłady. Ponadto zaprezentowano metody adaptacji systemów wiedzy opartej na zbiorach rozmytych takie jak algorytmy genetyczne, programowanie ewolucyjne, algorytmy uczące się, uczenie przez wzmacnianie oraz adaptację online.*

Słowa kluczowe: *zbiory rozmyte, metody adaptacji, funkcja przynależności, sztuczna inteligencja, systemy rozmyte, rozmyte sieci neuronowe*

Methods of adaptation of knowledge systems based on fuzzy sets

Abstarct: *Adaptation methods for knowledge systems based on fuzzy sets are a very important topic because they improve and optimize the performance of fuzzy systems through a proper adaptation method. The adaptation method depends on the specific application, system requirements, available data and the problem domain. In this paper, the issues related to fuzzy sets are presented and examples are given. In addition, methods for adaptation of fuzzy set-based knowledge systems such as genetic algorithms, evolutionary programming, learning algorithms, reinforcement learning and online adaptation are presented.*

Keywords: *fuzzy sets, adaptation methods, membership function, artificial intelligence, fuzzy systems, fuzzy neural networks*

1. WSTĘP

W nowoczesnych zastosowaniach do opisu informacji potrzebne są inne obiekty matematyczne niż zbiory klasyczne, gdyż mamy często do czynienia z nieprecyzyjnymi danymi, z którymi spotykamy się na co dzień. Nie jest łatwym zadaniem odnalezienie źródła problemu w niejednoznacznych danych, a następnie naprawienie tego, ponieważ powstaje problem, gdyż zwykle dane powinny być precyzyjne. Jednakże z pomocą przychodzą zbiory i liczby rozmyte, które pełnią funkcję narzędzi.

W niektórych momentach wyrażając odczucie aktualnej temperatury można powiedzieć „jest ciepło", czy użyć sformułowania „jest zimno". Zbiory rozmyte znajdują zastosowanie w różnych dziedzinach, w tym w sztucznej inteligencji, systemach sterowania, podejmowaniu decyzji, rozpoznawaniu wzorców i analizie danych [1-3].Charakterystyczną cechą zbiorów rozmytych jest to, że elementy są jednoznacznie zdefiniowane za pomocą funkcji przynależności do zbioru. Umożliwiają one modelowanie i rozumowanie z niejasnymi lub nieprecyzyjnymi informacjami oraz oferują bardziej elastyczną i realistyczną reprezentację wiedzy i procesów rozumowania. Umożliwiają modelowanie zjawisk, które trudno opisać klasycznymi metodami matematycznymi. Metody adaptacji w rozmytej logice odnoszą się do procesu modyfikacji na zbiorach rozmytych w celu dostosowania go do zmieniających się warunków. Adaptacja może być realizowana na różne sposoby, w zależności od konkretnego problemu i kontekstu. Należy zatem podkreślić, że istnieje duże zapotrzebowanie na metody adaptacyjne.

2. ZBIORY ROZMYTE

Zbiór to pojęcie pierwotne aksjomatycznej teorii mnogości. Zbiór uważany jest za wyznaczony (znany), jeżeli wiadomo, jakie obiekty do niego należą, a jakie nie należą. Jeżeli element a należy do zbioru Z, to informacja ta zapisywana jest w następujący sposób: $a \in Z$; natomiast jeżeli a nie należy do zbioru Z, to zapis symboliczny wygląda następująco: $a \notin Z$. Można wyróżnić zbiór, do którego nie należy żaden element — jest on nazywany zbiorem pustym, oznaczenie Ø [4]. Pojęcie zbioru najczęściej rozumiane jest jako zbiór obiektów czy elementów mogących posiadać pewne cechy odróżniające je od innych zbiorów, na przykład może być to zbiór liczb całkowitych mniejszych od 20 czy zbiór ssaków. Z reguły zbiory są oznaczane dużymi literami, na przykład zbiór A, B, C. itd. Natomiast obiekty oznaczane są małymi literami, na przykład obiekt x, y [5].

Zbiór rozmyty to klasa obiektów z pewnym stopniem przynależności. Taki zbiór jest charakteryzowany przez funkcję przynależności, która przypisuje każdemu obiektowi stopień przynależności z przedziału od zera do jedynki [6]. Jednym ze sposobów opisu zbioru rozmytego A jest podanie jego funkcji przynależności $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$ [7]. Wartość $\mu_A(x)$ jest więc liczbą z przedziału [0, 1], a nazywana jest stopniem przynależności elementu x do zbioru A.

2.1. Definicje

Definicja 1

Niech X będzie przestrzenią punktów (obiektów), z ogólnym elementem X oznaczonym przez x. Zatem X = {x}.

Zbiór rozmyty A w X jest charakteryzowany przez funkcję przynależności f(x), która przypisuje każdemu punktowi w X liczbę rzeczywistą z przedziału [0, 1], przy czym wartość f(x) w punkcie x reprezentuje "stopień przynależności" punktu x do A. Zatem im wartość $f_a(x)$ jest bliższa jedności, tym wyższy stopień przynależności punktu x do A. Gdy A jest zbiorem w zwykłym znaczeniu tego terminu, jego funkcja przynależności może przyjmować tylko dwie wartości 0 i 1, przy czym f(x) = 1 lub 0 w zależności od tego, czy x należy lub nie należy do A. Tak więc w tym przypadku f(x) sprowadza się do znanej funkcji charakterystycznej zbioru A [6].

Definicja 2

Zbiór rozmyty A jest pusty wtedy i tylko wtedy, gdy jest identycznie zerowy na X. Pusty zbiór rozmyty będzie oznaczany przez φ [6,8].

Definicja 3

Dwa zbiory rozmyte A i B są równe (A = B), wtedy i tylko wtedy, gdy $f_A(x) = f_B(x)$ dla wszystkich $x \in X$ [6].

Definicja 4

Zbiór rozmyty A jest zawarty w zbiorze rozmytym B, zapisanym jako $A \subset B$, wtedy i tylko wtedy, gdy $A(x) \leq B(x)$ dla wszystkich $x \in X$ [8].

2.2. Podstawowe pojęcia

Zbiory rozmyte są definiowane przez funkcję przynależności, która przypisuje każdemu elementowi jego wartość przynależności. Funkcja przynależności ma szeroki wachlarz kształtów, może być opisywana za pomocą różnych metod i funkcji matematycznych, która przypisuje wartość przynależności do elementu. Powszechnie stosowane funkcje przynależności obejmują funkcje trójkątne (rys. 1), trapezowe (rys. 2), gaussowskie (rys. 3) oraz typ funkcji przynależności singleton (rys.4) [5].

1. Trójkątna funkcja przynależności

Funkcja ta jest definiowana za pomocą trzech parametrów a, b, c, które określają współrzędne na osi x [9].

$$\mu_F(x;\ a,b,c) = \begin{cases} 0,\ x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a},\ a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b},\ b < x < c \\ 0,\ x \geq c \end{cases}$$

2. Trapezoidalna funkcja przynależności

Funkcja ta jest definiowana za pomocą czterech parametrów a, b, c, d, które określają współrzędne na osi x [9].

$$\mu_F(x;\ a,b,c,d) = \begin{cases} 0,\ x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a},\ a < x < b \\ 1,\ b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c},\ c < x < d \\ 0,\ x \geq d \end{cases}$$

3. Gaussowska funkcja przynależności

Funkcja ta jest definiowana za pomocą dwóch parametrów σ, c, gdzie σ to szerokość krzywej gaussowskiej, a c reprezentuje środek funkcji [9].

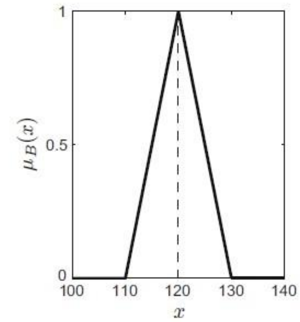
$$F(x;\ \sigma, c) = e^{\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

4. Funkcja przynależności Singleton

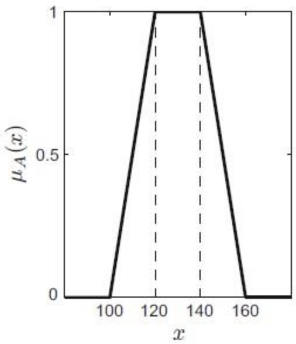
Singleton jest funkcją przynależności przyjmującą wartość 1 tylko w jednym punkcie $\bar{x}$ uniwersum dyskursu X i 0 w pozostałych przypadkach [10].

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, x = \bar{x} \\ 0, x \neq \bar{x} \end{cases}$$

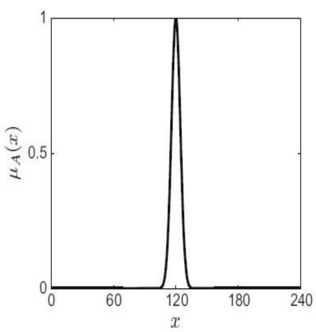
Poniżej przedstawiono przykład "Tętno płodu wynosi około 120 uderzeń na minutę".



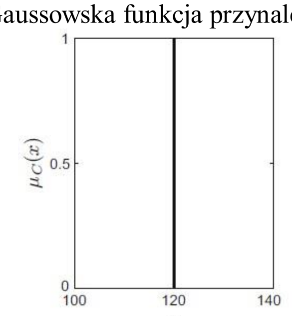
Rys. 1. Trójkątna funkcja przynależności [5].



Rys. 2. Trapezowa funkcja przynależności [5].



Rys. 3. Gaussowska funkcja przynależności [5].



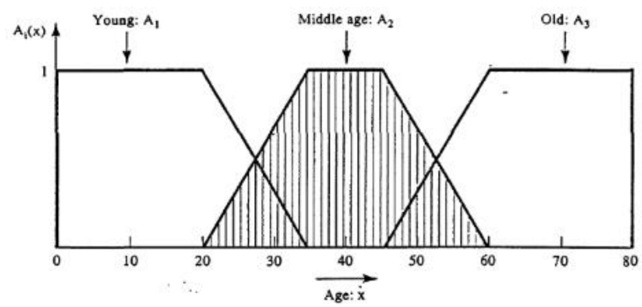
Rys. 4. Typ funkcji przynależności singleton [5].

Aby zilustrować pojęcie zbioru rozmytego rozważmy trzy zestawy rozmyte, które przedstawiają pojęcia młodego, średniego i starego człowieka. Pojęcia zostaną zaprezentowane w postaci trapezoidalnej funkcji członkostwa A_1 (młody), A_2 (w średnim wieku) i A_3 (stary) na rys. 5. Funkcje te są zdefiniowane w przedziale [0, 80] w następujący sposób [11]:

$$A_1(x) = \begin{cases} 1 \ , x \leq 20 \\ \frac{35-x}{15}, \ 20 < x < 35 \\ 0, x \geq \ 35 \end{cases}$$

$$A_2(x) = \begin{cases} 0 \ , x < 20 \ lub \ x \geq 60 \\ \frac{x-20}{15}, \ 20 < x < 35 \\ \frac{60-x}{15}, 45 < x < 60 \\ 1, x \geq 60 \end{cases}$$

$$A_3(x) = \begin{cases} 0 \ , x \leq 45 \\ \frac{x-45}{15}, \ 45 < x < 60 \\ 1, x \geq \ 60 \end{cases}$$



Rysunek 5. Postać trapezoidalna powyższej funkcji [11].

2.3. Operacje na zbiorach rozmytych

Operacje na zbiorach rozmytych obejmują różne sposoby, które mogą być wykonywane na zbiorach rozmytych w celu modyfikowania ich wartości przynależności. Najpopularniejsze operacje na zbiorach rozmytych obejmują:

- Sumę - związek dwóch zbiorów rozmytych A i B uzyskuje się, biorąc maksymalną wartość przynależności dla każdego elementu z A lub B. Matematycznie, związek A i B, oznaczony przez A∪B, jest zdefiniowany jako(A∪B)(x)= max(A(x),B(x))dla wszystkich elementów x.
- iloczyn - miejsce przecięcia dwóch zbiorów rozmytych A i B uzyskuje się poprzez przyjęcie minimalnej wartości przynależności dla każdego elementu zarówno z A, jak i B. Matematycznie, przecięcie A i B, oznaczone przez A∩B, jest zdefiniowane

jako(A∩B)(x)=min(A(x),B(x))dla wszystkich elementów x.

- negację (dopełnienie) - Dopełnienie zbioru rozmytego A uzyskuje się poprzez odjęcie jego wartości przynależności od 1. Matematycznie, dopełnienie A, oznaczone przez A', jest zdefiniowane jako A'(x) = 1 - A(x) dla wszystkich elementów x [5,11].

Suma, iloczyn oraz negacja są nazywane standardowymi operacjami rozmytymi [11].

2.4. Relacje rozmyte

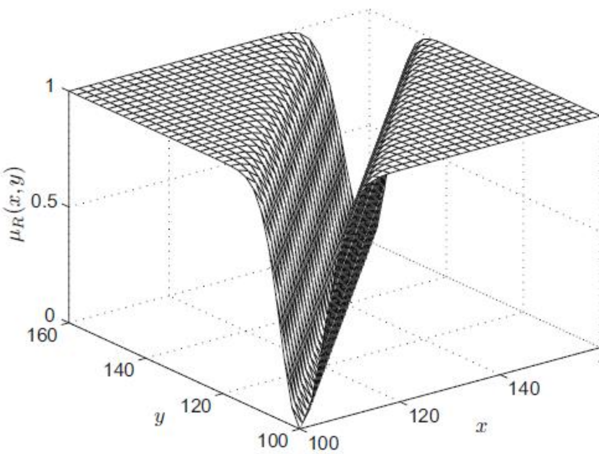
Relacja to pojęcie, które opisuje zależności między elementami zbiorów. Relacja między dwoma zbiorami A i B jest podzbiorem iloczynu kartezjańskiego A × B, czyli zbiorem wszystkich uporządkowanych par (a, b), gdzie a należy do zbioru A, natomiast b należy do zbioru B.
Klasyczna relacja odnosi się do tradycyjnego opisywania związków między elementami zbiorów, zwykle opisywane za pomocą wartości logicznych, takich jak „prawda” lub „fałsz”. Zastosowanie zbiorów rozmytych w klasycznych relacjach pozwala uwzględnić niepewność i subiektywność w opisie tych relacji, np. "stopień zadowolenia w zależności od sympatii (lubienia) i niechęci". Ta relacja może opisywać, jak bardzo dana osoba jest zadowolona w kontekście jej sympatii lub niechęci wobec innych osób. Na przykład, niech A i B będą dwiema osobami, a funkcje przynależności "sympatia" i "niechęć" będą określać stopień przynależności A i B do zbiorów "sympatia" i "niechęć". Wtedy relacja rozmyta "zadowolenie" może mierzyć stopień zadowolenia osoby A w zależności od jej sympatii i niechęci do osoby B.
W taki sposób relacja rozmyta pozwala uwzględnić różne poziomy sympatii i niechęci między elementami różnych zbiorów, takich jak "sympatia", "lubienie" i "niechęć", aby określić stopień zadowolenia w kontekście tych relacji.
Pojęcie relacji rozmytej jest rozwinięciem zbioru rozmytego.Rozważmy dwuwymiarową (binarną) relację rozmytą R, którą można opisać przez zbiór uporządkowanych par: dwa obiekty x i yoraz stopień przynależności μ_R (x, y). Relację tę można zapisać w następujący sposób:

$$R = \{ [(x, y), \mu_R(x, y)] | x \in X, y \in Y\}.$$

Stopień przynależności μ_R (x, y) można rozumieć jako stopień związku między obiektami x i y; im wyższa wartość μ_R (x, y), tym większy jest stopień związku, a im niższa wartość μ_R (x, y), tym niższy stopień związku. Stopień przynależności μ_R (x,y) jest wartością funkcji przynależności $\mu_R : X \times Y \rightarrow [0, 1]$ relacji rozmytej R. Przedstawiona dwuwymiarowa relacja rozmyta jest również dwuwymiarowym zbiorem rozmytym zdefiniowanym w uniwersum X × Y. [5]
Aby zilustrować przykład relacji rozmytej zdefiniowano w uniwersach X = Y = [100, 160] ⊂ R+ dwuwymiarową relację rozmytą R "Dwie wartości FHR (x i y) różnią się znacząco". Jako funkcję przynależności takiej relacji można przyjąć

$$\mu_R(x, y) = \mathbf{1} - \mathbf{exp}(-\frac{(x-y)^2}{2\delta^2}),$$

który dla parametru δ = 0.2 przedstawiono na rysunku 6 [5].



Rys. 6. Przykład funkcji przynależności dwuwymiarowej relacji rozmytej R "Dwie wartości FHR (x i y) różnią się znacząco" [5].

3. METODY ADAPTACJI

System wiedzy to system komputerowy, który reprezentuje i wykorzystuje wiedzę do wykonania zadania. W miarę poszerzania się zastosowań technologii, bardziej ogólny termin system wiedzy stał się preferowany przez niektórych nad systemem eksperckim, ponieważ skupia uwagę na wiedzy, którą systemy niosą, a nie na pytaniu, czy taka wiedza stanowi wiedzę specjalistyczną [12]. Natomiast system rozmyty może być wykorzystywany do szacowania, podejmowania decyzji i sterowania np. podczas sterowania samochodem, w „inteligentnych” domach, a także kontrolować procesy przemysłowe i znajduje zastosowanie w wielu innych przypadkach [13].
Metody adaptacji systemów wiedzy opartych na zbiorach rozmytych obejmują techniki dostosowywania lub aktualizacji wiedzy rozmytej i parametrów w systemie rozmytym. Techniki te są wykorzystywane do udoskonalania i optymalizacji wydajności systemów

rozmytych w czasie lub w odpowiedzi na zmiany w środowisku.

Adaptacja jest procesem dostosowywania systemu wiedzy w celu lepszego radzenia sobie z dynamicznymi zmianami w środowisku lub danych wejściowych [14]. Metody adaptacji systemów wiedzy opartej na zbiorach rozmytych to m.in.: algorytmy genetyczne, algorytmy uczące się, uczenie przez wzmacnianie, programowanie ewolucyjne czy adaptacja online.

3.1. Algorytmy genetyczne

Algorytmy genetyczne są metodami optymalizacji opartymi na naturalnej ewolucji. W algorytmach tych generowane są populacje systemów rozmytych z różnymi zestawami reguł rozmytych i parametrów. Poprzez operacje selekcji, krzyżowania i mutacji, algorytm iteracyjnie poprawia populację i faworyzuje osobniki o lepszej wydajności. Algorytmy genetyczne mogą dostosowywać systemy rozmyte w celu osiągnięcia rozwiązań optymalnych lub zbliżonych do optymalnych [15,16]. Algorytm genetyczny zaczyna od dużej populacji potencjalnych rozwiązań i poprzez zastosowanie rekombinacji (zwanej również krzyżowaniem) i mutacji ewoluuje rozwiązanie, które jest lepsze niż jakiekolwiek poprzednie rozwiązanie w czasie trwania analizy genetycznej [17].

Jednym z przykładów zastosowań algorytmów genetycznych może być optymalizacja parametrów systemu rozmytego w celu znalezienia jak najlepszych ustawień [18]. Kolejnym zastosowaniem jest parametryzowanie funkcji przynależności, która ma za zadanie działać tak, aby system rozmyty działał jak najlepiej w konkretnym kontekście [19].

3.2. Programowanie ewolucyjne

Programowanie ewolucyjne to stochastyczna metoda optymalizacji, która wykorzystuje populację osobników do poszukiwania optymalnego rozwiązania. Obejmuje ono losową zmienność, selekcję i przetrwanie najlepiej przystosowanych osobników. Programowanie ewolucyjne może być wykorzystywane do dostosowywania rozmytych reguł i parametrów do systemu wiedzy w oparciu o oceny sprawności w celu poprawy wydajności systemu w czasie [20,21].

Programowanie ewolucyjne po raz pierwszy zastosowano przy automatach skończonych (ang. Finite-statemachine), a następnie ulepszono w celu wykorzystywania innych metod. Istnieją badania, w których rozwiązania są reprezentowane jako maszyna efektów ubocznych (SEM), a programowanie ewolucyjne zapewnia możliwość ich mutacji poprzez dodawanie lub usuwanie stanów i modyfikowanie przejść [22].

3.3. Algorytmy uczące się

Algorytmy uczenia są wykorzystywane do dostosowywania reguł rozmytych i parametrów systemu opartego na wiedzy w oparciu o dostępne dane lub informacje zwrotne. Algorytmy te mogą być nadzorowane lub nienadzorowane i mają na celu aktualizację rozmytych funkcji przynależności, wag reguł lub struktur reguł w oparciu o zaobserwowane wzorce lub pożądane zachowanie systemu [23].

1. Algorytmy uczenia nadzorowanego: Algorytmy uczenia nadzorowanego, takie jak algorytmy drzew decyzyjnych, sieci neuronowe czy maszyny wektorów nośnych (SVM), mogą być wykorzystane do adaptacji zbiorów rozmytych. Te algorytmy uczą się na podstawie danych wejściowych oznaczonych etykietami i dostosowują funkcje przynależności lub parametry zbiorów rozmytych, aby osiągnąć jak najlepsze dopasowanie do danych uczących [24-26].
2. Algorytmy uczenia nienadzorowanego: Algorytmy uczenia nienadzorowanego (tzw. uczenie bez nauczyciela) może być stosowane w przypadku adaptacji zbiorów rozmytych. Te algorytmy analizują dane wejściowe bez etykiet i dostosowują funkcje przynależności lub parametry zbiorów rozmytych w celu odzwierciedlenia struktury danych [24-26].

3.4. Uczenie przez wzmacnianie

Metody uczenia przez wzmocnienie mogą być stosowane do dostosowywania parametrów i reguł systemu rozmytego w oparciu o algorytm SARSA (State-Action-Reward-State-Action). System uczy się metodą prób i błędów, badając różne działania i dostosowując swoje zachowanie na podstawie otrzymanych informacji zwrotnych. Uczenie ze wzmocnieniem może być wykorzystywane do optymalizacji systemów rozmytych w dynamicznych i niepewnych środowiskach [27].

W uczeniu przez wzmacnianie wyróżnia się 3 główne elementy [25]:

1. Środowisko – jest to zadanie lub symulacja, z którą algorytm (zwany także agentem lub graczem) wchodzi w interakcję. Celem uczenia ze wzmocnieniem jest maksymalizacja nagrody zapewnianej przez środowisko, tj. wyszkolenie agenta w celu osiągnięcia maksymalnego wyniku w środowisku, np. wygrania

największej liczby gier lub osiągnięcia najwyższej nagrody.

2. Agent – jest elementem, który wchodzi w interakcję z danym środowiskiem. Celem agenta jest maksymalizowanie nagrody, czyli nauczenie się najkorzystniejszej interakcji ze środowiskiem. Zachowanie agenta jest określane przez tak zwaną politykę lub funkcję, która ma za zadanie zwracać odpowiednie działanie. Najczęściej jako polityka wykorzystywana jest sieć neuronowa.
3. Bufor – jest to magazyn danych przechowujący informacje zgromadzone przez agenta podczas uczenia, które są następnie stosowane do wyszkolenia agenta.

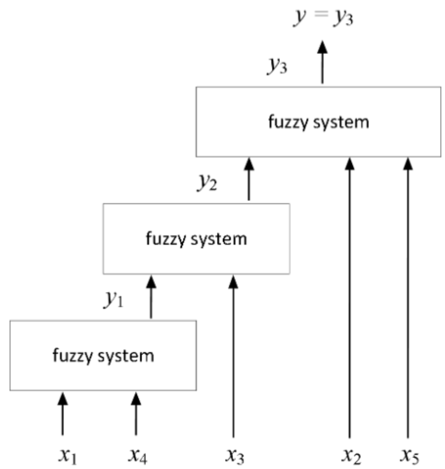
Uczenie ze wzmocnieniem jest stosowane, gdy dla informacji uzyskanych z systemu nie można zastosować prostszych algorytmów uczenia nadzorowanego [28].

3.5. Adaptacja online

W przypadku metod adaptacji online, reguły rozmyte i parametry systemu informacyjnego są stale aktualizowane podczas jego działania. Podejścia te zazwyczaj wykorzystują algorytmy uczenia się online lub mechanizmy adaptacyjne, które uwzględniają nowe informacje lub zmieniają zachowanie systemu w czasie rzeczywistym w funkcji danych wejściowych i wyjściowych [29,30].
Adaptacja online w zbiorach rozmytych jest szczególnie przydatna w systemach działających w dynamicznych i zmieniających się środowiskach, gdzie wymagane jest szybkie reagowanie na nowe sytuacje. Istnieją również specjalne algorytmy adaptacyjne opracowane specjalnie dla zbiorów rozmytych, które można stosować w trybie online.

4. ROZMYTE SIECI NEURONOWE

Rozmyte sieci neuronowe (FNN), inaczej nazywane neurofuzzy, to sieci neuronowe złożone z rozmytych neuronów. Zatem można określić, że neurofuzzy to połączenie dwóch głównych koncepcji: sieci neuronowych i systemów rozmytych [31]. Sieci neuronowe są modelami matematycznymi, które poprzez inspirację biologicznymi sieciami neuronowymi uczą się na podstawie danych. Sieci neuronowe są ponadto wykorzystywane do tego, aby na podstawie pewnych danych wejściowych przewidywać określone dane wyjściowe [32]. Jak już wcześniej wspomniano systemy rozmyte przetwarzają informacje i mogą radzić sobie z niekompletnymi danymi [13]. Dlatego połączenie sieci neuronowych z systemem rozmytym (neurofuzzy) może być stosowane w różnych dziedzinach, gdzie potrzebna jest zdolność do adaptacji, uczenia się na podstawie danych i pracy z nieprecyzyjnymi informacjami.
Rozważmy prostą hierarchię rozmytej sieci neuronowej, jak pokazano na rysunku 7. Ma pięć wejść, jedno wyjście i trzy poziomy.



RyS. 7. Prosta hierarchiczna rozmyta sieć neuronowa [33].

Rozważmy standardowy system rozmyty z n wejściami i p wyjściami, jak pokazano na rysunku 7. Załóżmy, że m reguł rozmytych w bazie reguł jest podanych w postaci kanonicznej jako

R_j: *JEŚLI* x_1 *jest* A_{1j} *i* x_2 *jest* A_{2j} *i* … *i* x_n *jest* A_{nj},
TO y_1 *jest* B_{j1} *i* y_2 *jest* B_{j2} *i* … *i* y_p *jest* B_{jp},

gdzie $j \in \underline{m} = \{1, 2, \ldots, m\}$. Mapowanie wejścia-wyjścia systemu rozmytego za pomocą fuzzyfikatora singleton, silnika wnioskowania, defuzyfikatora center-average i gaussowskiej funkcji przynależności dla zbiorów rozmytych A_{ij} można zapisać jako:

$$y_k = \frac{\sum_{j=1}^{m} w_{jk} exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - c_{ij}\right)^2 / \sigma_{ij}^2\right]}{\sum_{j=1}^{m} \exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - c_{ij}\right)^2 / \sigma_{ij}^2\right]}, k \,\epsilon \underline{p},$$

$$x = [x_1 \ldots x_n]^T \in R^n$$

gdzie dla $i \in \underline{n}$, $j \in \underline{m}$, $k \in \underline{p}$,
w_{jk} – środek normalnego zbioru rozmytego B_{jk},
c_{ij} – środek gaussowskiego zbioru rozmytego A_{ij},
σ_{ij}^2 – „wariacja” gaussowskiego zbioru rozmytego A_{ij},
R^n − n-wymiarowa przestrzeń rzeczywista [34].
Należy pamiętać, że nie wolno dzielić przez zero, dlatego $\sigma_{ij}^2 > 0$. Aby umożliwić uczącej się maszynie obsługę szerszych typów danych, konieczna jest lepsza parametryzacja poprzez:

$$y_k = f_{ok}(x) = f_{ok}\left(\frac{\sum_{j=1}^{m} w_{jk} exp\left[-\sum_{i=1}^{n}(x_i - c_{ij})^2 \exp(v_{ij})\right]}{\sum_{j=1}^{m} \exp\left[-\sum_{i=1}^{n}(x_i - c_{ij})^2 \exp(v_{ij})\right]} \right), k\,\epsilon \underline{p},$$

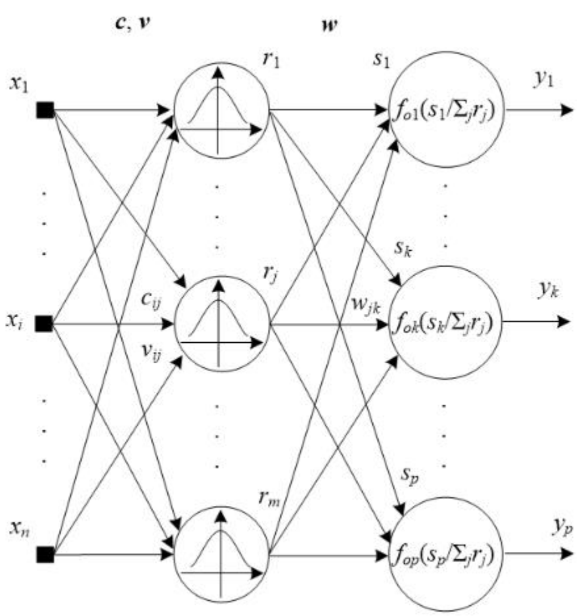
gdzie $v_{ij} = \log(1/\sigma_{ij}^2)$ i f_{ok}jest funkcją aktywacji k-tego węzła wyjściowego. Dla $i \in \underline{n}$, $j \in \underline{m}$, $k \in \underline{p}$ można zdefiniować

$$u_j = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - c_{ij}\right)^2 \exp\left(v_{ij}\right), r_j = \exp\left(-u_j\right),$$

$$s_k = \sum_{j=1}^{m} w_{jk}\, r_j, g = \sum_{j=1}^{m} r_j$$

Wtedy $y_k = f_{ok}(s_k/g)$.

Na podstawie powyższego wzoru system rozmyty można przedstawić jako sprzężoną sieć rozmytą, czyli rozmytą sieć neuronową. Schemat widoczny jest na rysunku 8.



Rysunek 8 - Rozmyta sieć neuronowa z pojedynczą ukrytą warstwą [33].

5. DYSKUSJA

W tabeli 1 zaprezentowano porównanie metod adaptacji takich jak: algorytmy genetyczne, programowanie ewolucyjne, algorytmy uczące się, uczenie przez wzmacnianie oraz adaptację online.

Tabela 1. Porównanie metod adaptacji [35].

Metoda	Zastosowanie
Algorytmy genetyczne	Optymalizacja parametrów, dostosowywanie systemów rozmytych w celu osiągnięcia rozwiązań optymalnych, parametryzowanie funkcji przynależności
Programowanie ewolucyjne	Poszukiwanie optymalnych rozwiązań, wykorzystywane do optymalizacji parametrów, poprawa wydajności systemu
Algorytmy uczące się	Klasyfikacja, rozpoznanie wzorców, analiza danych
Uczenie przez wzmacnianie	Dostosowywanie parametrów i reguł systemu rozmytego, optymalizacja systemów rozmytych w dynamicznych i niepewnych środowiskach, podejmowanie decyzji
Adaptacja online	Systemy monitorujące, dynamiczne i zmieniające się środowisko

Należy pamiętać, że każda z wyżej wymienionych metod ma swoje zastosowanie w różnych typach problemów, dlatego wybór odpowiedniej metody jest dobierany na podstawie zebranych informacji.

Pomimo wielu badań na temat metod adaptacji systemów wiedzy, wciąż widoczne są braki w tematyce związanej ze zbiorami rozmytymi. Zbiory rozmyte znajdują zastosowanie w różnych dziedzinach, dlatego tak ważne jest, aby móc rozwijać tematykę zawartą w niniejszej pracy. Zastosowanie zbiorów rozmytych jest szczególnie ważne w dynamicznych sytuacjach, gdzie dane mogą się zmieniać. Ponadto zbiory rozmyte można wyrazić w sposób prosty, tak aby ułatwić komunikację z osobami bez specjalistycznej wiedzy. Mając na uwadze powyższe warto rozszerzać tematykę niniejszej pracy, aby móc zbadać metody adaptacji systemów wiedzy opartej na zbiorach rozmytych i poszerzać horyzonty związane z tym tematem.

6. PODSUMOWANIE

W niniejszym artykule zaprezentowano podstawowe informacje o zbiorach rozmytych oraz przedstawiono metody adaptacji systemów wiedzy opartej na zbiorach rozmytych. Zbiory rozmyte są narzędziem matematycznym używanym do modelowania nieprecyzyjnych i niejednoznacznych informacji. Pozwalają one na przypisanie stopnia przynależności każdemu elementowi do danego zbioru. Warto zauważyć, że konkretna metoda adaptacji zależy od konkretnego zastosowania, wymagań systemowych, dostępnych danych i dziedziny problemu. Naukowcy często dostosowują i rozwijają techniki adaptacyjne, aby dopasować je do konkretnych potrzeb systemu wiedzy i jego środowiska.

Dla każdej z wyżej wymienionych metod adaptacji istnieje wiele wariacji i ulepszeń, które są opracowywane przez naukowców w dziedzinie systemów opartych na zbiorach rozmytych. Celem jest znalezienie optymalnych lub najbardziej zbliżonych do optymalnych zestawów reguł i parametrów, które zapewniają lepszą wydajność, predykcję i interpretację w systemach opartych na zbiorach rozmytych.

Rozmyte sieci neuronowe wyróżniają się na tle samych sieci neuronowych czy systemów rozmytych. Temat ten zachęca do dalszych badań w celu pracy z niedokładnymi danymi, gdzie potrzebna jest zdolność do adaptacji.

Literatura

[1] Seising R. The Fuzzification of Systems: The Genesis of Fuzzy Set Theory and itsInitial Applications – Developmentsup to the 1970s, Springer, 2007.

[2] Paszek A. Zastosowanie logiki rozmytej w budowie systemów zarządzania wiedzą produkcyjną, Zakopane 2017, Konferencja Przemysł 4.0 a Zarządzanie i Inżynieria Produkcji, IZIP 2017.

[3] Anholcer G. Z badań nad zastosowaniem teorii zbiorów rozmytych w logistyce, Zeszyty Naukowe 2010; 156.

[4] https://encyklopedia.pwn.pl/haslo/;4000797 Dostęp 20.06.2023r.

[5] Prokopowicz P., Czerniak J., Mikołajewski D., Apiecionek Ł., Ślęzak D. Theory and Applications of Ordered Fuzzy Numbers A Tribute to Professor Witold Kosiński, Springer Open, 2017

[6] Zadeh L.A. FuzzySets, Information and control 8, 338-353 (1965)

[7] Zadeh L.A., Aliev R.A. Fuzzy Logic Theory And Applications: Part I And Part II, World Scientific, 2018.

[8] Brown J.G. A Note on Fuzzy Sets, Information and Control 18, 32-39 (1971).

[9] Azam M.H., Hasan M.H., Hassan S., Abdulkadir S.J. Fuzzy Type-1 Triangular Membership Function Approximation Using Fuzzy C-Means, In Proceedings of the 2020 International Conference on ComputationalIntelligence (ICCI), 2020.

[10] Rutkowski L. FlexibleNeuro-Fuzzy Systems, Kluwer AcademicPublishers, 2004.

[11] Klir G.J., Yuan B. FuzzySets And FuzzyLogicTheory and Applications, Prentice Hall PTR, 1995.

[12] Stefik M. Introduction to Knowledge Systems, Morgan Kaufmann, 1995.

[13] McNeill F.M., Thro E. FuzzyLogic A PracticalApproach, AP Professional, 1994.

[14] https://sjp.pwn.pl/sjp/adaptacja;2548744.html Dostęp 20.06.2023r.

[15] Winiczenko R. Algorytmy genetyczne i ich zastosowania, Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego, 2008.

[16]http://www.cs.put.poznan.pl/rklaus/logika_rozmyta/pliki/hybrydy.htm Dostęp 20.06.2023r.

[17] Cox E. Fuzzy Modeling and GeneticAlgorithms for Data Mining and Exploration, Morgan Kaufmann, 2005.

[18] Wang, W., Jing, Z., Zhao, S., Lu, Z., Xing, Z., Guo, S. Intelligent Height Adjustment Method of Shearer Drum Based on Rough Set Significance Reduction and Fuzzy Rough Radial Basis Function Neural Network. Appl. Sci. 2023.

[19] García-Valdez, M., Mancilla, A., Castillo, O., Merelo-Guervós, J.J. Distributed and Asynchronous Population-Based Optimization Applied to the Optimal Design of Fuzzy Controllers. Symmetry 2023.

[20] Fogel D.B. Evolutionaryprogramming: anintroduction and somecurrentdirections, Statistics and Computing, 1994.

[21] Li H., Gupta M. M. FuzzyLogic and inteligent systems, Kluwer AcademicPublishers, 1995.

[22] Houghten S., Banik S. Effectivedecoders for DNA codes, BioSystems, 2022.

[23] Wiktorowicz K. Uczący się regulator rozmyty z modelem odniesienia, Pomiary Automatyka Kontrola, nr 12, 2008.

[24] Rusiecki A. Algorytmy uczenia sieci neuronowych odporne na błędy w danych, Politechnika Wrocławska, 2007.

[25] https://www.gov.pl/web/popcwsparcie/podzial-modeli-uczenia-maszynowego-wraz-z-przykladami-zastosowania Dostęp 20.06.2023r.

[26] Smola A., Vishwanathan S.V.N. Introduction to Machine Learning, Cambridge University Press, 2008

[27] Alsaadi F.E., Yasami A., Volos C., Bekiros S., Jahanshahi H. A New FuzzyReinforcement Learning Method for EffectiveChemotherapy, Mathematics, 2023.

[27] Bingham E., Reinforcement learning in neurofuzzy traffic Signac control, EuropeanJournal of OperationalResearch 131, 2001, 232-241.

[29] Khati H., Talem H., Touat M.A., Mellah R., Guermah S., Online Adaptation of a CompensatoryNeuro-Fuzzy Controller Parameters Using the Extended Kalman Filter: Application on anInvertedPendulum, Engineering Proceedings, 2022

[30] Cara A.B., Lendek Z., Babuska R., Pomares H., Rojas I. Online self-organizingadaptivefuzzycontroller: Application to a nonlinearservo system, FUZZ-IEEE 2010, IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2010.

[31] Souza P.V.C. Fuzzyneural networks and neuro-fuzzy networks: A review the maintechniques and applicationsused in the literature, Applied Soft Computing Volume 92, 2020.

[32] Tadeusiewicz R. Sieci Neuronowe, Akademicka Oficyna Wydawnicza, 1993.

[33] Gao, F., Hsieh, J.-G., Kuo, Y.-S., Jeng, J.-H. Study on ResistantHierarchicalFuzzyNeural Networks, Electronics, 2022.

[34] Hsieh J.G., Jeng J.H., Lin Y.L., Kuo Y.S. Single index fuzzyneural networks using locally weighted polynomial regression, Elsevier, 2019.
[35] Zimmermann H.-J. Fuzzy Set Theory and itsapplications, Springer, 2001