

APLIKACJA WSPOMAGAJĄCA ANALIZĘ ZADAŃ GEOMETRYCZNYCH

Wojciech Kończewski, Zbyszko Królikowski, Izabela Rojek

Kazimierz Wielki University, Faculty of Computer Science
Kopernika 1, 85-074 Bydgoszcz
e-mail: wojciech.konczewski@student.ukw.edu.pl (e-mail autora korespondencyjnego)

Streszczenie: Celem pracy było zaprojektowanie i wdrożenie aplikacji, która umożliwiałaby pomoc w dowodzeniu twierdzeń geometrycznych. Aplikacja przeprowadza wstępne testy numeryczne, ocenia potencjalną prawdziwość tez oraz znajduje dowód logiczny, bazując na twierdzeniach geometrii euklidesowej. Program po wprowadzeniu problemu przeprowadza analizę numeryczną dla wielu różnych przykładów, co daje wstępny ogłęd na poprawność zadanej tezy. Następnie próbuje udowodnić tezę drogą analityczną oraz bazując na bazie twierdzeń geometrycznych. Użytkownik może wspomagać proces, poprzez dokładanie konstrukcji geometrycznych.

Słowa kluczowe: aplikacja, matematyka, logika, geometria, systemy ekspertowe, sztuczna inteligencja

AN APPLICATION SUPPORTING THE ANALYSIS OF GEOMETRIC PROBLEMS

Abstract: The aim of this project was to design and implement an application that assists in proving geometric theorems. The application performs preliminary numerical tests, evaluates the potential truth of conjectures, and finds a logical proof based on Euclidean geometry theorems. After the problem is entered, the program conducts numerical analysis on multiple examples, providing an initial insight into the validity of the given conjecture. It then attempts to prove the conjecture analytically and by utilizing a database of geometric theorems. The user can support the process by adding geometric constructions.

Keywords: application, mathematics, logic, geometry, expert systems, artificial intelligence

1. Wstęp

Matematyka, jako jedna z najstarszych i najważniejszych dziedzin nauki, odgrywa kluczową rolę w rozwoju technologii, inżynierii oraz nauk przyrodniczych. W szczególności geometria, będąca jedną z podstawowych gałęzi matematyki, ma ogromne znaczenie w badaniach teoretycznych oraz praktycznych zastosowaniach. W ostatnich latach pojawiło się wiele aplikacji wspierających naukę matematyki, w tym popularne narzędzia takie jak GeoGebra [1-2]. GeoGebra łączy algebrę i geometrię, umożliwiając użytkownikom tworzenie dynamicznych konstrukcji oraz przeprowadzanie obliczeń. Mimo to, wiele z tych aplikacji nie spełnia wszystkich potrzeb użytkowników w zakresie analizy bardziej skomplikowanych problemów geometrycznych.

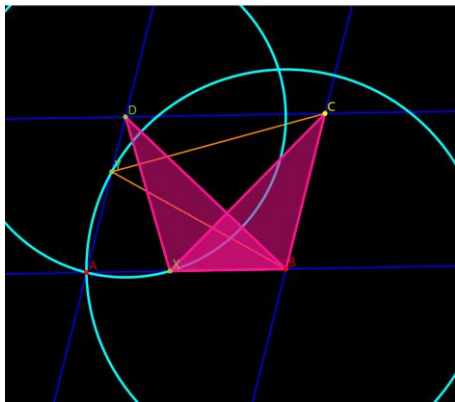
Motyacją do stworzenia nowej aplikacji jest dostrzegana luka w dostępnych rozwiązaniach, które mogłyby skutecznie wspierać użytkowników w analizie złożonych zadań geometrycznych [3]. Obecne narzędzia często ograniczają się do podstawowych funkcji, co utrudnia bardziej zaawansowane analizy i dowodzenia. Celem niniejszej pracy jest zaprojektowanie i wdrożenie aplikacji, która umożliwi bardziej zaawansowaną analizę problemów geometrycznych oraz ułatwi proces dowodzenia twierdzeń.

W literaturze można znaleźć wiele aplikacji wspierających naukę matematyki i geometrii. GeoGebra jest jednym z najbardziej znanych narzędzi, które łączy elementy algebry i geometrii w interaktywnym środowisku. Umożliwia użytkownikom tworzenie wykresów funkcji, rysowanie figur geometrycznych oraz przeprowadzanie symulacji. Innymi popularnymi aplikacjami są Cabri Geometry, Sketchpad oraz Desmos, które również oferują różnorodne funkcje do analizy geometrycznej [1-2].

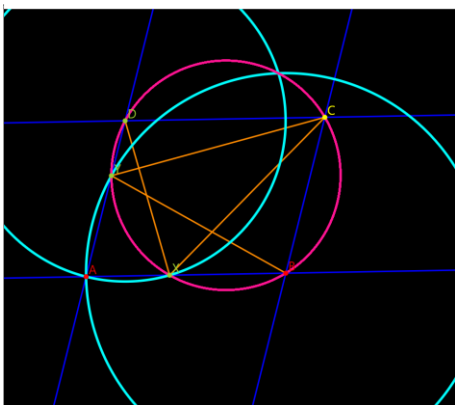
Jednakże mimo ich popularności i użyteczności, istnieją pewne ograniczenia. Wiele z tych narzędzi nie pozwala na zaawansowaną analizę logiczną ani na automatyczne generowanie dowodów dla bardziej skomplikowanych twierdzeń geometrycznych. Użytkownicy często muszą polegać na własnej wiedzy i umiejętnościach analitycznych, co może być czasochłonne i frustrujące.

Celem niniejszej pracy jest zaprojektowanie i wdrożenie aplikacji wspomagającej analizę zadań geometrycznych, która będzie posiadała zaawansowane funkcje analityczne oraz możliwość generowania dowodów logicznych dla zadanych hipotez. Aplikacja ma na celu ułatwienie procesu nauczania i uczenia się geometrii poprzez dostarczenie narzędzi do interaktywnej analizy problemów.

Znaleziono również parę trójkątów przystających oraz okrąg, na którym leży pięć punktów.



Rysunek 5. trójkąty przystające.



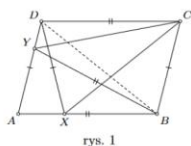
Rys. 6 Punkty B,C,D,X,Y na jednym okręgu.

Walidacja dokonanych obserwacji pod kątem rozwiązania

2. Dany jest równoległobok $ABCD$. Na bokach AB i AD leżą odpowiednio takie punkty X i Y różne od A , że $AD = DX$ oraz $AB = BY$. Udowodnij, że $CX = CY$.

Skie rozwiązanie
Sposób I

Ponieważ $DX = AD = BC$ oraz $BY = AB = CD$, więc trapezy $BCDX$ i $BCDY$ są równoramienne i nie są równoległobokami (rys. 1). Stąd wniosek, że $CX = BD$ i $CY = BD$. Łącząc te równości, uzyskujemy tezę zadania.



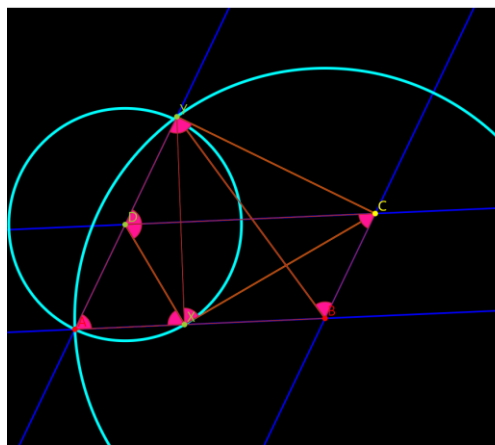
Sposób II

Z równości $CD = AB = YB$, $DX = AD = BC$ oraz
 $\angle CDX = \angle DXA = \angle DAB = \angle BYA = \angle YBC$
wynika, że trójkąty CDX i YBC są przystające (cecha bok-kąt-bok). Stąd wynika, że $CX = CY$, co należało wykazać.

wzorcowego.

Rys.7 Wzorcowe rozwiązanie zadania

Kluczowym elementem rozwiązania nr 1 jest fakt, że oba odcinki CX i CY są równe przekątnej BD co zaobserwowano w badaniu równości odcinków, natomiast równość kątów może być widoczna po innym dobraniu figur, jak przedstawiono na rysunku.8.



Rys. 8. Zbiór równych sobie kątów

3. Podsumowanie i wnioski

Aplikacja została przetestowana pod kątem funkcjonalności a.przedstawione przykłady pokazały wartość takich badań w poszukiwaniach własności i zależności geometrycznych,co jest kluczowe w eksploracji geometrii euklidesowej.

Opracowanie aplikacji wspomagającej analizę zadań geometrycznych stanowi istotny krok w kierunku automatyzacji procesu dowodzenia twierdzeń geometrycznych. Aplikacja nie tylko ułatwia pracę matematyków i studentów, ale także przyczynia się do rozwoju narzędzi informatycznych w dziedzinie matematyki.

Dalsze badania mogą skupić się na rozwijaniu funkcjonalności aplikacji oraz jej integracji z innymi systemami edukacyjnymi. Potencjalne kierunki rozwoju obejmują rozszerzenie bazy danych o nowe twierdzenia geometryczne oraz implementację dodatkowych algorytmów analitycznych

Bibliografia

- [1]. Dima Nahouli, "The Application of Geogebra in Teaching Open and Inner Sets in Metric Spaces"
Journal of Research in Vocational Education ISSN: 2408-5170
- [2].Umalaxmi Patne „Application of GeoGebra in Teaching Closure Points in Metric Spaces ”
Advances in Science and Technology Research Journal
- [3]. M. Adamczak. „10 lat Kujawsko-Pomorskich Zawodów Matematycznych im. Mariana Rejewskiego” Tutor, Toruń, 2011

- [4]. Cormen Thomas H., Leiserson Charles E., Rivest Ronald L, Clifford Stein.
„Wprowadzenie do algorytmów” Wydawnictwo Naukowe PWN SA Warszawa 2012
- [5]. W. F. Clocksin, C. S. Mellish. „Prolog. Programowanie” Helion, Gliwice 2003
- [6]. M. Flasiński. „Wstęp do sztucznej inteligencji” Wydawnictwo Naukowe PWN SA, Warszawa 2011
- [7]. Z. Krygowska „Geometria dla klas 1 i 2 liceum ogólnokształcącego 1,2,3 technikum” Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1979
- [8]. H. Pawłowski „Zadania z olimpiad matematycznych z całego świata. Planimetria i stereometria” Tutor, Toruń 2011
- [9]. Wei-Meng Lee. „C# 2008. Warsztat programisty” Helion, Gliwice 2010
- [10]. Archiwum zadań Olimpiady Matematycznej i Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów
<https://om.mimuw.edu.pl/problems/>,
<https://omj.edu.pl/zadania/>
data dostępu 24.0.6.2023
- [11]. Dokumentacja pakietu CSProlog
<https://github.com/jsakamoto/CSharpProlog>
data dostępu 24.0.6.2023
- [12]. Dokumentacja pakietu graficznego Skiasharp
<https://github.com/mono/SkiaSharp>
data dostępu 24.0.6.2023